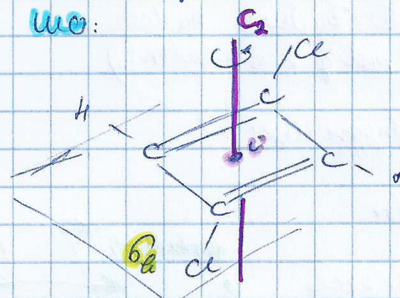
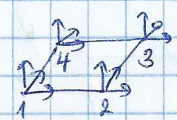
3.F. Milyen szimmetriacsoportot alkotnak a ciklobutadién-1,3-Cl szimm. elemei által generált szimm. műveletek?
Ábrázoljuk a csoportot, majd redukáljuk a kapott reprezentációt, amennyiben az nem irreducibilis!

Mo:



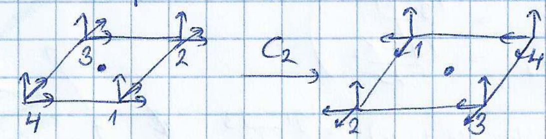
- Milyen szimmetriaelemei vannak?
  E, C_2, σ_h, i
- ⇒ szimm. műveletek: E, C_2, σ_h, i
- ⇒ $\boxed{C_{2h}}$

- ábrázolás: ∀ C atom elmozdulásvektorai mindhárom irányba: 12D



emlék: karakter = az ábrázoló mx nyoma = hány vektor marad helyben, milyen előjellel.

	E	C_2	i	σ_h
Γ	12	0	0	8-4=4 (a σ_h síkjában lévő 8 vektor marad, a síkból kifelé mutatók előjelet váltanak: 4 db)



- Redukálható-e ez az ábrázolás? A csoport rendje = 4

$$\underbrace{12^2+0^2+0^2+4^2}_{\sum_R \chi_\Gamma(R)^2} > \underbrace{4}_{h} \Rightarrow \text{redukálható}$$

- Redukció:

$$n_{A_g} = \frac{1}{4}\cdot(1\cdot 12+1\cdot 0+1\cdot 0+1\cdot 4) = \frac{16}{4} = 4$$

$$n_{B_g} = \frac{1}{4}\cdot(1\cdot 12+(-1)\cdot 0+1\cdot 0+(-1)\cdot 4) = \frac{8}{4} = 2$$

$$n_{A_u} = \frac{1}{4}\cdot(1\cdot 12+1\cdot 0-1\cdot 0-1\cdot 4) = 2$$

$$n_{B_u} = \frac{1}{4}(1\cdot 12+(-1)\cdot 0+(-1)\cdot 0+1\cdot 4) = 4$$

$$\Rightarrow \Gamma = 4A_g \oplus 2B_g \oplus 2A_u \oplus 4B_u$$

4.F. a) Adjuk meg a molekula normálrezgéseinek szimmetriáit!

Mo:

C_{2h}	E	C_2	i	σ_h		
Γ	12	0	0	4		
A_g	1	1	1	1	R_z	x^2, y^2, z^2, xy
B_g	1	-1	1	-1	R_x, R_y	xz, yz
A_u	1	1	-1	-1	z	
B_u	1	-1	-1	1	x, y	

Raman ∩ rezgések
IR ∩ rezgések
transzlációk
rotációk

megj: $\Gamma = \Gamma_{transzláció} + \Gamma_{rotáció} + \Gamma_{vibráció}$
megj: normálrezgés szimmetriái: melyik irrephez tartoznak a molekula normálrezgései

$$\Gamma = 4A_g \oplus 2B_g \oplus 2A_u \oplus 4B_u$$

transzlációk: $A_u \oplus 2B_u$
rotációk: $A_g \oplus 2B_g$
rezgések: $3A_g \oplus A_u \oplus 2B_u$

b) Mely rezgések IR és mely rezgések Raman-aktívak?

MO:

rezgések: $3A_g \oplus A_u \oplus 2B_u$

IR-aktív rezgések: A_u, B_u (mindkettőn $A_u \oplus 2B_u$, mert A_u-hoz a z, B_u-hoz pedig x és y tartozik)

Raman-aktív rezgések: A_g

c) Szerkesszük meg az irreducibilis ábrázolások bázisfüggvényeit!

MO

Megj: $\hat{P}_{\Gamma_i} = \frac{1}{4} \cdot \sum_R \chi_{\Gamma_i}(\hat{R}) \cdot \hat{R}$ projekciós operátor

Megj: $\hat{P}_{\Gamma_i} x$ sajátvektora $\hat{R}_j$-nek $\chi_{\Gamma_i}(\hat{R}_j)$ sajátértékkel

$$\hat{P}_{A_g} = \frac{1}{4} \cdot (E + C_2 + i + \sigma_h)$$

$$P_{A_g} x_1 = \frac{1}{4}(x_1 - x_3 - x_3 + x_1) = \frac{x_1 - x_3}{2}$$
$$P_{A_g} x_2 = \frac{1}{4}(x_2 - x_4 - x_4 + x_2) = \frac{x_2 - x_4}{2}$$

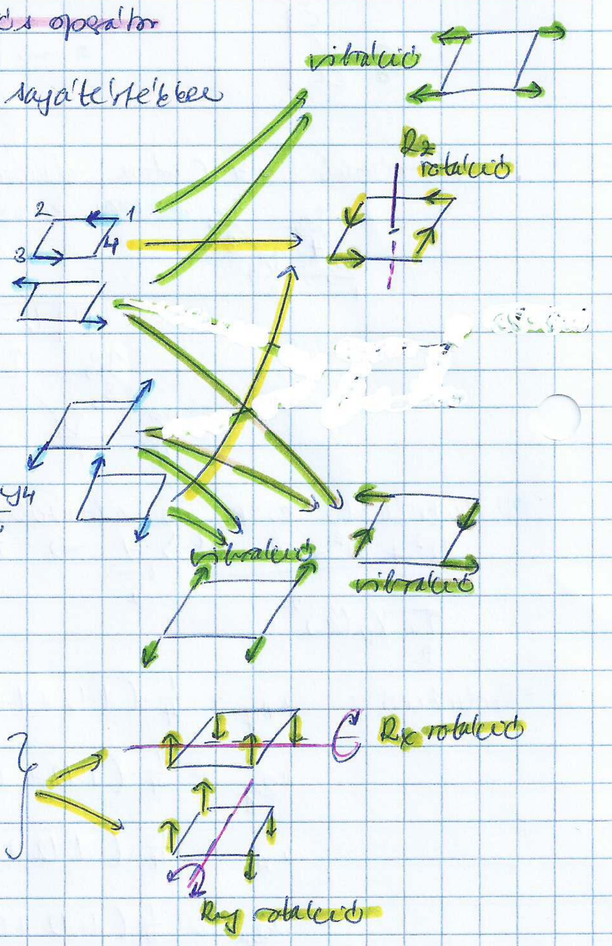
$$\left(\begin{array}{l} P_{A_g} x_3 = -P_{A_g} x_1 = \frac{x_3 - x_1}{2} \\ P_{A_g} x_4 = -P_{A_g} x_2 = \frac{x_4 - x_2}{2} \end{array} \right)$$

$$P_{A_g} y_1 = \frac{1}{4}(y_1 - y_3 - y_3 + y_1) = \frac{y_1 - y_3}{2}$$
$$P_{A_g} y_2 = \frac{1}{4}(y_2 - y_4 - y_4 + y_2) = \frac{y_2 - y_4}{2}$$

$$P_{A_g} z_1 = \frac{1}{4}(z_1 + z_3 - z_3 - z_1) = 0$$
$$P_{A_g} z_2 = P_{A_g} z_3 = P_{A_g} z_4 = 0$$

$$\hat{P}_{B_g} = \frac{1}{4}(E - C_2 + i - \sigma_h)$$

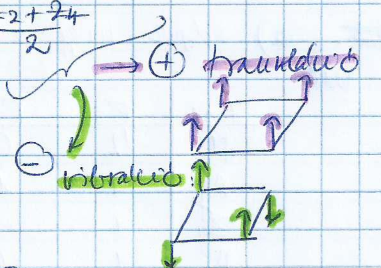
$$P_{B_g} z_1 = \frac{1}{4}(z_1 - z_3 - z_3 + z_1) = \frac{z_1 - z_3}{2}$$
$$P_{B_g} z_2 = \frac{z_2 - z_4}{2}$$



$$\hat{P}_{A_u} = \frac{1}{4}(E + C_2 - i - \sigma_h)$$

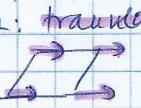
$$P_{A_u} z_1 = \frac{1}{4}(z_1 + z_3 - (-z_3) - (-z_1)) = \frac{z_1 + z_3}{2}$$: a molekula z irányú elmozdulása

$$P_{A_u} z_2 = \frac{1}{4}(z_2 + z_4 - (-z_4) - (-z_2)) = \frac{z_2 + z_4}{2}$$



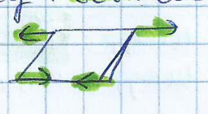
$$\hat{P}_{B_u} = \frac{1}{4}(E - C_2 - i + \sigma_h)$$

$$P_{B_u} x_1 = \frac{1}{4}(x_1 - (-x_3) - (-x_3) + x_1) = \frac{x_1 + x_3}{2}$$ → összeg: transzláció



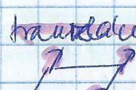
$$P_{B_u} x_2 = \frac{x_2 + x_4}{2}$$

különbség: vibráció

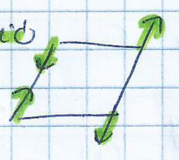


$$P_{B_u} y_1 = \frac{y_1 + y_3}{2}$$
$$P_{B_u} y_2 = \frac{y_2 + y_4}{2}$$

→ összeg: transzláció



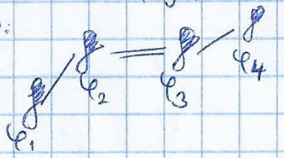
→ különbség: vibráció

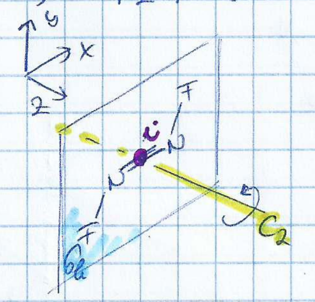


5. F. N_2F_2

a) Ábrázoljuk a C_{2h} csoportot a molekulát alkotó atomok p_z pályái alkotta bázisban!

Mo:
A molekula az xy síkban fekszik, a p_z pályák merőlegesek a molekula síkjára.





C_{2h}	E	C_2	i	σ_h
Γ	4	0	0	−4

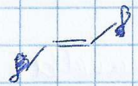
b) Bontsuk fel a fenti ábrázolást irreducibilis reprezentációk direkt összegére!

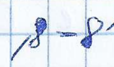
Mo:
$$n_{A_g} = \frac{1}{4}(1\cdot 4 + 1\cdot 0 + 1\cdot 0 + 1\cdot(-4)) = 0$$
$$n_{B_g} = \frac{1}{4}(1\cdot 4 - 1\cdot 0 + 1\cdot 0 - 1\cdot(-4)) = 2$$
$$n_{A_u} = \frac{1}{4}(1\cdot 4 + 1\cdot 0 - 1\cdot 0 - 1\cdot(-4)) = 2$$
$$n_{B_u} = \frac{1}{4}(1\cdot 4 - 1\cdot 0 - 1\cdot 0 + 1\cdot(-4)) = 0$$

$$\Longrightarrow \Gamma = 2B_g \oplus 2A_u$$

c) Szerkesszük meg az irrepek bázisvektorait!

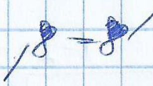
Mo:
$$\hat{P}_{B_g} = \frac{1}{4}(E - C_2 + i - \sigma_h)$$

$$P_{B_g}\varphi_1 = \frac{1}{4}(\varphi_1 - \varphi_4 - \varphi_4 + \varphi_1) = \frac{\varphi_1 - \varphi_4}{2}$$


$$P_{B_g}\varphi_2 = \frac{1}{4}(\varphi_2 - \varphi_3 - \varphi_3 + \varphi_2) = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{2}$$


$$\hat{P}_{A_u} = \frac{1}{4}(E + C_2 - i - \sigma_h)$$

$$P_{A_u}\varphi_1 = \frac{1}{4}(\varphi_1 + \varphi_4 - (-\varphi_4) - (-\varphi_1)) = \frac{\varphi_1 + \varphi_4}{2}$$

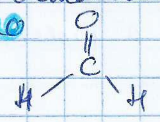

$$P_{A_u}\varphi_2 = \frac{\varphi_2 + \varphi_3}{2}$$


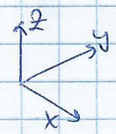
6.7. Formaldehid (CHOH).

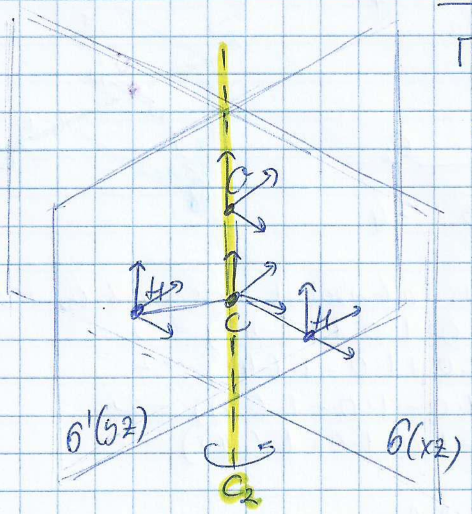
Legyen a molekulasík az xz sík, a z tengely pedig a térfogású tengely (C_2).

a) Ábrázoljuk a C_{2v} csoportot a molekula atomjainak x, y és z irányú elmozdulásvektoraival!

Mo







C_{2v}	E	C_2	$\sigma_v(xz)$	$\sigma_v'(yz)$
Γ	12	-2	4	2

$\chi_\Gamma(E)$ = dimenzió = 12

C_2: • ∀ H-nál levő vektor elmozdul: 0
• az O-nál, C-nél levő z irány. maradnak: +2
x irányúak ·(-1): -2
y irányúak ·(-1): -2
$0+2-2-2=-2$

$\sigma_v(xz)$: minden xz síkban levő vektort helyben hagy: +8
az y irányúak előjelet váltanak: -4
$8-4=4$

$\sigma_v'(yz)$: mindkét H elmozdul: 0
O-nál, C-nél: yz síkban levők helyben maradnak: +4
x irányúak ·(-1) = -2
$0+4-2=2$

MÁSKÉPP:

C_{2v}	E	C_2	$\sigma_v(xz)$	$\sigma_v'(yz)$
helyben maradó atomok	4	2	4	2
χ/atom	3	$1-2=-1$	$2-1=1$	$2-1=1$
Γ	12	-2	4	2

b) Redukáljuk a fenti ábrázolást!

Mo
$n_{A_1} = \frac{1}{4}(1\cdot12+1\cdot(-2)+1\cdot4+1\cdot2)=4$
$n_{A_2} = \frac{1}{4}(1\cdot12+1\cdot(-2)-1\cdot4-1\cdot2)=1$
$n_{B_1} = \frac{1}{4}(1\cdot12-1\cdot(-2)+1\cdot4-1\cdot2)=4$
$n_{B_2} = \frac{1}{4}(1\cdot12-1\cdot(-2)-1\cdot4+1\cdot2)=3$

$\Rightarrow \Gamma = 4A_1 \oplus A_2 \oplus 4B_1 \oplus 3B_2$

c) Szerkesszünk $\underbrace{B_2 \text{ irrep szerint transzformálódó vektort}}_{=B_2\text{-re invariáns kombináció}}$ a H atomok elmozdulásvektoraiból kiindulva! (1 dim. esetben sajátvektora χ-sé-re)

Mo Kell: P_{B_2}-re invariáns kombináció...

$P_{B_2} = \frac{1}{4}(E - C_2 - \sigma_v(xz) + \sigma_v'(yz))$

$P_{B_2} x_1 = 0$
$P_{B_2} x_2 = 0$
$P_{B_2} y_1 = P_{B_2} y_2 = \frac{y_1+y_2}{2}$
$P_{B_2} z_1 = P_{B_2} z_2 = 0$

$$P_{B_2} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ (y_1+y_2)/2 \\ 0 \\ 0 \\ (y_1+y_2)/2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y_1 \\ 0 \\ 0 \\ y_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow y_1 = y_2 = y \Rightarrow \underline{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \\ 0 \\ 0 \\ y \\ 0 \end{bmatrix}$$

ellenőrzés: $\underline{v} = y_1 + y_2 \Rightarrow E\underline{v} = y_1 + y_2 = v \cdot \underbrace{(+1)}_{\chi(E)}$ ✓

$C_2\underline{v} = -y_1 - y_2 = v \cdot \underbrace{(-1)}_{\chi(C_2)}$ ✓

$\sigma_v(xz)\,\underline{v} = -y_1 - y_2 = v\underbrace{(-1)}_{\chi(\sigma_v(xz))}$ ✓

$\sigma_v'(yz)\,\underline{v} = y_1 + y_2 = v \cdot \underbrace{(+1)}_{\chi_{B_2}(\sigma_v'(yz))}$ ✓

$\longrightarrow$ Jelleg B_2.

b) Tudunk-e az A_2 irrep szerint transzformálódó kombinációt szerkeszteni?
MO:

$$P_{A_2} = \frac{1}{4}\left(E + C_2 - \sigma_v(xz) - \sigma_v'(yz)\right)$$

$Px_1 = Px_2 = 0$
$Pz_1 = Pz_2 = 0$
$Py_1 = \frac{y_1 - y_2}{2}$, $Py_2 = \frac{y_2 - y_1}{2}$

$$P_{A_2} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ (y_1-y_2)/2 \\ 0 \\ 0 \\ (y_2-y_1)/2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y_1 \\ 0 \\ 0 \\ y_2 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \left.\begin{matrix} y_1 - y_2 = 2y_1 \\ y_2 - y_1 = 2y_2 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} y_1 = -y_2 \\ y_2 = -y_1 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \\ 0 \\ 0 \\ -y \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{matrix} y_1 = y \\ y_2 = -y \end{matrix}$$

Jelleg A_2-e inv.? **ellenőrzés:**

$E\underline{v} = \underline{v}$

$C_2\underline{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \\ 0 \\ 0 \\ -y \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{(1)}_{\chi(C_2)} \cdot \underline{v} \qquad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \rightsquigarrow \begin{bmatrix} -y_2 \\ -y_1 \end{bmatrix}$

$\sigma_v(xz)\,\underline{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ -y \\ 0 \\ 0 \\ y \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{(-1)}_{\chi(\sigma_v(xz))} \cdot \underline{v} \qquad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \rightsquigarrow \begin{bmatrix} -y_1 \\ -y_2 \end{bmatrix}$

$\sigma_v'(yz)\,\underline{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ -y \\ 0 \\ 0 \\ y \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{(-1)}_{\chi(\sigma_v'(yz))} \cdot \underline{v} \qquad \begin{bmatrix} 0 \\ y_1 \\ 0 \\ 0 \\ y_2 \\ 0 \end{bmatrix} \rightsquigarrow \begin{bmatrix} 0 \\ y_2 \\ 0 \\ 0 \\ y_1 \\ 0 \end{bmatrix}$

c) Molekularezgést írja-e le egy, az A_2 irreducibilis reprezentációra invariáns kombinációja a bázisvektoroknak?
MO.

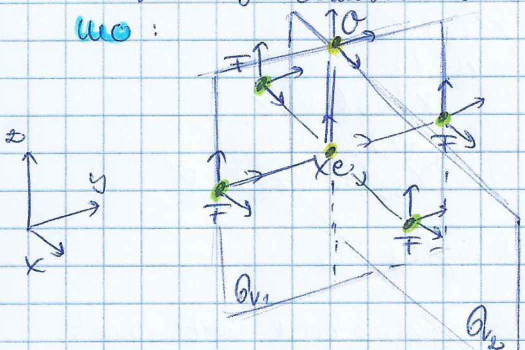
Γ =	$4A_1$	$\oplus$	A_2	$\oplus$	$4B_1$	$\oplus$	$3B_2$
transzláció:	A_1	$\oplus$			B_1	$\oplus$	B_2
rotáció:			A_2	$\oplus$	B_1	$\oplus$	B_2
rezgések:	$3A_1$	$\oplus$			$2B_1$	$\oplus$	B_2

$\Rightarrow$ nem rezgést írja le.

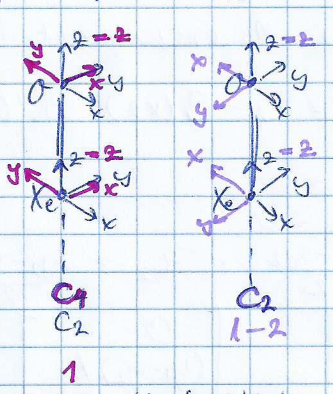
7.7. $XeFO_4$ (C_{4v}, négyzetes alapú gúla)

a) Ábrázoljuk a C_{4v} pontcsoportot a molekula atomjainak x, y és z irányú elmozdulásvektorai alkotta bázisán!

Mo:



C_{4v}	E	$\{C_4, C_4^3\}$	C_2	$\{\sigma_{v_1}, \sigma_{v_2}\}$	$\{\sigma_{d_1}, \sigma_{d_2}\}$
helyben marad	6	2	2	4	2
χ/atom	3	1	$1-2=-1$	$1+1-1=1$	1
Γ	$6\cdot3=18$	2	-2	4	2



b) Bontsuk fel irrepek direkt összegére a fenti ábrázolást!

Mo:
$$n_{A_1} = \frac{1}{8}\cdot(1\cdot18+(1\cdot2)\cdot2+1\cdot(-2)+(1\cdot4)\cdot2+(1\cdot2)\cdot2) = 4$$
$$n_{A_2} = \frac{1}{8}(1\cdot18+(1\cdot2)2+1\cdot(-2)+(-1\cdot4)\cdot2+(-1\cdot2)\cdot2) = 1$$
$$n_{B_1} = \frac{1}{8}(1\cdot18+(-1\cdot2)\cdot2+1\cdot(-2)+(1\cdot4)\cdot2+(-1\cdot2)\cdot2) = 2$$
$$n_{B_2} = \frac{1}{8}(1\cdot18+(-1\cdot2)\cdot2+1\cdot(-2)+(-1\cdot4)\cdot2+(1\cdot2)\cdot2) = 1$$
$$n_{E} = \frac{1}{8}(2\cdot18+(0\cdot2)\cdot2+(-2)\cdot(-2)+(0\cdot4)\cdot2+(0\cdot2)\cdot2) = 5$$
$$\Rightarrow \Gamma = 4A_1 \oplus A_2 \oplus 2B_1 \oplus B_2 \oplus 5E$$

c) Mik a molekula normálrezgéseinek szimmetriái?

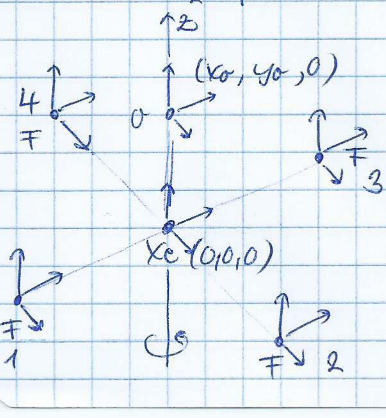
Mo:

Γ =	$4A_1$ ⊕	A_2 ⊕	$2B_1$ ⊕	B_2	⊕ $5E$
transzlációk:	A_1				⊕ E
rotációk:		A_2			⊕ E
rezgések:	$3A_1$	⊕ $2B_1$	⊕ B_2		⊕ $3E$

d) Szerkesszünk B_2 szimmetriájú kombinációt a megadott bázisvektorokból kiindulva!

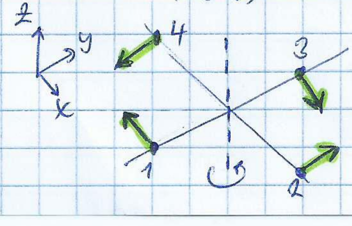
Mo $P_{B_2} = \frac{1}{8}(E - C_4 - C_4^3 + C_2 - \sigma_{v_1} - \sigma_{v_2} + \sigma_{d_1} + \sigma_{d_2})$

	E	$\{C_4, C_4^3\}$	C_2	$\{\sigma_{v_1}, \sigma_{v_2}\}$	$\{\sigma_{d_1}, \sigma_{d_2}\}$
B_2	1	-1	1	-1	1



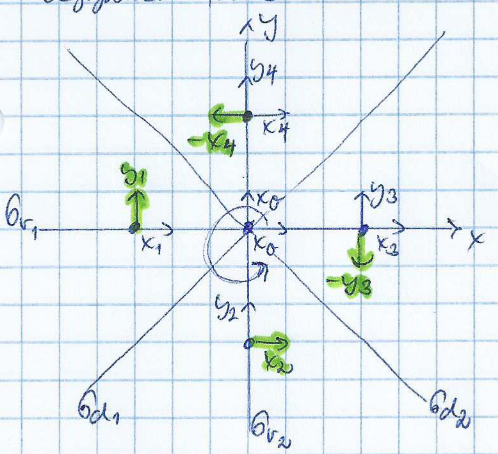
ügyesen: $\chi(C_4) = -1 \Rightarrow$ egyik z irány se jöhet szóba, hiszen C_4-re azok nem változtatnák előjelet...

$\chi(C_2) = 1 \Rightarrow$ O és Xe kizárva



: a C_4-re előjelet vált ✓
C_2-re nem ✓
$\sigma_{v_1}, \sigma_{v_2}$-re előjelet vált ✓
$\sigma_{d_1}, \sigma_{d_2}$-re nem ✓

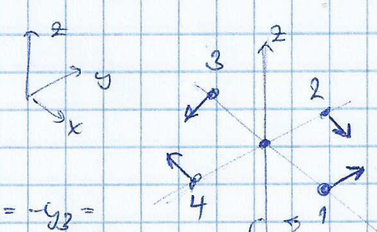
ugyanez felülnézetből:



"Forgás":

		E	C_4	C_4^3	C_2	σ_{v_1}	σ_{v_2}	σ_{d_1}	σ_{d_2}	P_{B_2}
X_C		0	0	0	0	0	0	0	0	0
		0	0	0	0	0	0	0	0	0
		0	0	0	0	0	0	0	0	0
O		x_0	y_0	$-y_0$	$-x_0$	x_0	$-x_0$	y_0	$-y_0$	0
		y_0	$-x_0$	x_0	$-y_0$	$-y_0$	y_0	x_0	$-x_0$	0
		0	0	0	0	0	0	0	0	0
F 1.		x_1	y_2	$-y_4$	$-x_3$	x_1	$-x_3$	y_2	$-y_4$	0
		y_1	$-x_2$	x_4	$-y_3$	$-y_1$	y_3	x_2	$-x_4$	$(2x_2-2x_4-2y_3+2y_1)\cdot\frac{1}{8}$
		z_1	z_2	z_4	z_3	z_1	z_3	z_2	z_4	0
F 2.		x_2	y_3	$-y_1$	$-x_4$	x_4	$-x_2$	y_1	$-y_3$	$(-2y_3+2y_1-2x_4+2x_2)\cdot\frac{1}{8}$
		y_2	$-x_3$	x_1	$-y_4$	$-y_4$	y_2	x_1	$-x_3$	0
		z_2	z_3	z_1	z_4	z_4	z_2	z_1	z_3	0
F 3.		x_3	y_4	$-y_2$	$-x_1$	x_3	x_1	y_4	$-y_2$	0
		y_3	$-x_4$	x_2	$-y_1$	$-y_3$	y_1	x_4	$-x_2$	$(2x_4-2x_2-2y_1+2y_3)\frac{1}{8}$
		z_3	z_4	z_2	z_1	z_3	z_1	z_4	z_2	0
F 4.		x_4	y_1	$-y_3$	$-x_2$	$+x_2$	$-x_4$	y_3	$-y_1$	$(-2y_1+2y_3-2x_2+2x_4)\cdot\frac{1}{8}$
		y_4	$-x_1$	x_3	$-y_2$	$-y_2$	y_4	x_3	$-x_1$	0
		z_4	z_1	z_3	z_2	z_2	z_4	z_3	z_1	0
B_2:		$+1$	-1	-1	$+1$	-1	-1	$+1$	$+1$	

$\Rightarrow \quad y_1 + x_2 - y_3 - x_4$



$\Rightarrow$ az ER: $8y_1 = 8x_2 = -8y_3 = -8x_4 =$
$= 2x_2 - 2x_4 - 2y_3 + 2y_1 \Rightarrow y_1 = \cancel{x_2} = -y_3 =$
$= -x_4 = c$

ellenőrzés: $P_{B_2} = \frac{1}{8}\left(E - C_4 - C_4^3 + C_2 - \sigma_{v_1} - \sigma_{v_2} + \sigma_{d_1} + \sigma_{d_2}\right)$

$E\begin{bmatrix} y_1 \\ x_2 \\ -y_3 \\ -x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ x_2 \\ -y_3 \\ -x_4 \end{bmatrix} \cdot \underbrace{1}_{\chi_{B_2}(E)}$ ✓

$\underline{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ c \\ 0 \\ c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -c \\ 0 \\ -c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \rightarrow y_1 \\ \\ \rightarrow x_2 \\ \\ \\ \\ \\ \rightarrow -y_3 \\ \\ \rightarrow -x_4 \\ \\ \\ \end{matrix}$

$C_4 \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \\ x_2 \\ -y_3 \\ -x_4 \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} c \\ c \\ -c \\ -c \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} -x_2 \\ y_3 \\ x_4 \\ -y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c \\ -c \\ c \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ c \\ -c \\ -c \end{bmatrix} \cdot \underbrace{(-1)}_{\chi_{B_2}(C_4)}$ ✓

$C_4^3 \cdot \begin{bmatrix} c \\ c \\ -c \\ -c \end{bmatrix} = C_4^3 \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ x_2 \\ -y_3 \\ -x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_4 \\ -y_1 \\ x_2 \\ -y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c \\ -c \\ c \\ c \end{bmatrix} = \underbrace{(-1)}_{\chi(C_4^3)} \cdot \begin{bmatrix} c \\ c \\ -c \\ -c \end{bmatrix}$. ✓

$$C_2 \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ x_2 \\ -y_3 \\ -x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y_3 \\ -x_4 \\ -y_1 \\ -x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ c \\ -c \\ -c \end{bmatrix} \cdot \underbrace{1}_{\chi_{B_2}(C_2)}$$ ✓

$$\sigma_{v_1} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ x_2 \\ -y_3 \\ -x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y_1 \\ x_4 \\ +y_3 \\ -x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c \\ -c \\ c \\ c \end{bmatrix} = \underbrace{(-1)}_{\chi(\sigma_{v_1})} \cdot \begin{bmatrix} c \\ c \\ -c \\ -c \end{bmatrix}$$ ✓

$$\sigma_{v_2} \begin{bmatrix} y_1 \\ x_2 \\ -y_3 \\ -x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_3 \\ -x_2 \\ -y_1 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c \\ -c \\ c \\ c \end{bmatrix} = \underbrace{(-1)}_{\chi(\sigma_{v_2})} \begin{bmatrix} c \\ c \\ -c \\ -c \end{bmatrix}$$ ✓

$$\sigma_{d_1} \begin{bmatrix} y_1 \\ x_2 \\ -y_3 \\ -x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_1 \\ -x_4 \\ -y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ c \\ -c \\ -c \end{bmatrix} \cdot \underbrace{1}_{\chi(\sigma_{d_1})}$$ ✓

$$\sigma_{d_2} \begin{bmatrix} y_1 \\ x_2 \\ -y_3 \\ -x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_4 \\ -y_3 \\ +x_2 \\ +y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ c \\ -c \\ -c \end{bmatrix} \cdot \underbrace{1}_{\chi(\sigma_{d_2})}$$ ✓