

# Kémiai matematika

## 5. gyakorlat

Busai Ágota

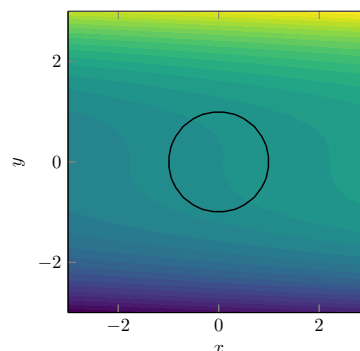
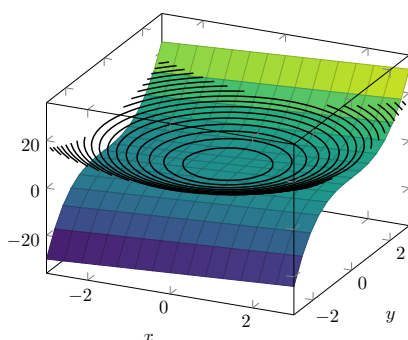
agota.busai@gmail.com

www.math.bme.hu/~bgotti

2016.10.13.

**Az előző gyakorlatról megmaradt feladatok:**

2. Határozd meg az  $f(x, y) = x + y^3$  függvény szélsőértékeit az  $x^2 + y^2 = 1$  feltétel mellett!



3. Milyen  $a, b, c$  értékekkel lesz  $l = 4a + 4b + 4c$  minimális, ha  $V = abc$  rögzített?

4. Legyen  $E\psi = \langle \psi | H \psi \rangle$ , ahol  $\psi = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  és  $H = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Minimalizáljuk  $E$ -t úgy, hogy  $\psi$  normált maradjon!

- HF 5.** Határozd meg az  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1x_2 + 2x_2x_3$  függvény origó középpontú, egység sugarú gömbön fekvő szélsőértékeit (azaz a mellékfeltétel:  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1$ )!

- 
1. Hol lehet szélsőértéke az alábbi funkcionáloknak?

(a)  $\mathcal{I}(f) = \int_0^1 f^2(x) - f(x) dx$

(b)  $\mathcal{I}(y) = \int_a^b \ln y(x) - \sin^2(x)y^2(x) dx$

(c)  $\mathcal{I}(f) = \int_a^b f^3(x)x^2 - f^2(x)x^3 dx$

2. Hol lehet szélsőértéke az  $\mathcal{I}(f) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x)f(x) dx$  funkcionálnak, ha  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f^2(x) dx = 1$ ?

- HF 3.** Határozd meg az  $\mathcal{I}(f) = \int_0^\infty f(x)f'(x) dx$  funkcionál szélsőértékét, ha a tesztfüggvények halmaza  $V = \{\phi(x) | \phi(x) = e^{-x}(1 + Ax), A \in \mathbb{R}\}$ !

- HF 4.** Hol lehet szélsőértéke az  $\mathcal{I}(f) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 f(x) dx$  funkcionálnak, ha  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)^2 dx = 1$ ?

5. Határozd meg az  $\mathcal{I}(f) = \int_0^1 f(x)^2 - f'(x)^2 dx$  funkcionál szélsőértékét, ha a tesztfüggvények halmaza  $V = \{\phi(x) | \phi(x) = x + cx(1 - x), c \in \mathbb{R}\}$ !

**HF 6.** Hol lehet szélsőértéke az alábbi funkcionáloknak?

$$(a) \mathcal{I}(y(x)) = \int_0^1 (1-x)(y(x) - 2x)^2 dx$$

$$(b) \mathcal{I}(f(t)) = \int_0^2 (1-t)(f(t) - 2t)^2 dt$$

$$(c) \mathcal{I}(f(x)) = \int_0^\infty (e^{-x} - f(x))^2 dx$$

**7.** Milyen hosszú az 1 sugarú,  $2\pi$  menetemelkedésű csavarvonal, azaz  $\underline{r}(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ \varphi \end{pmatrix}$ ,  $\varphi \in [0, 2\pi]$  között?

**8.** Számold ki az origó középpontú, egység sugarú negyedkör ívhosszát!

**9.** Legyen az  $\underline{r}(\varphi)$  görbe a csavarvonal (ld. **7.** feladat) és  $\underline{F}(x) = \left( \frac{x}{x^2 + y^2}, \frac{y}{x^2 + y^2}, 0 \right)$ . Mennyi az  $\underline{F}$  függvény integrálja a csavarvonal mentén  $\varphi = 0$ -tól  $2\pi$ -ig?

**10.** Add meg a  $v(x, y) = (x^2, -xy)$  függvény vonalintegrálját az  $y = -2x + 2$  egyenes mentén  $x = 0$  és  $x = 1$  között!

**HF 11.** Egy  $e^{-t}$ -t mozgatunk egység sugarú körön a  $p^+$  pont körül  $\varphi = 0$ -tól  $\frac{\pi}{2}$ -ig. Mennyi munkát végzünk?