Kémiai matematika
4. gyakorlat

Busai Ágota
agota.busai@gmail.com
www.math.bme.hu/~bgotti

2016.10.06.

Az előző gyakorlatról megmaradt feladatok:

5. Lásd be, hogy $\operatorname{div}\operatorname{rot}\underline{v} = 0$!

6. Bizonyítsd be, hogy $\operatorname{rot}\operatorname{grad} f = \underline{0}$!

7. Legyen $\Phi(\underline{r}) = \dfrac{1+r}{r^2}$, $\underline{r} = (\sqrt{t}, t^2, \ln t)$

(a) $\operatorname{grad}\Phi = ?$

(b) $\Delta\Phi = ?$

(c) $\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = ?$

8. Lásd be az alábbi azonosságokat!

(a) $\operatorname{div}\operatorname{grad} f = \Delta f$

HF* (b) $\operatorname{rot}\operatorname{rot}\underline{v} = \operatorname{grad}\operatorname{div}\underline{v} - \Delta\underline{v}$ (Δ, mint skalároperátor: $(\Delta\underline{v})_i = \sum_j \dfrac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2}$)

HF* 9. $\Delta\,\mathrm{e}^{-r} = ?$

HF 10. Fejtsd Taylor-sorba az $(x_0, y_0) = (0,0)$ pont körül másodrendig az $f(x,y) = \mathrm{e}^{-(x+y)}$ függvényt!

11. Fejtsd Taylor-sorba a $(\pi, 0)$ pont körül másodrendig az $f(x,y) = \sin x \cos y$ függvényt!

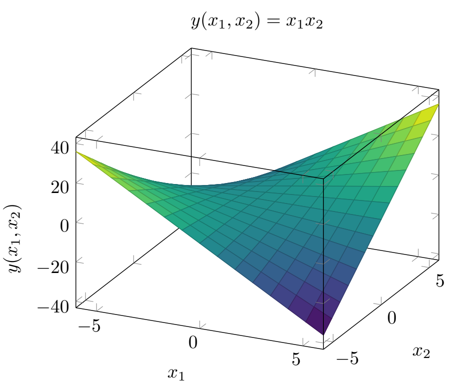
---

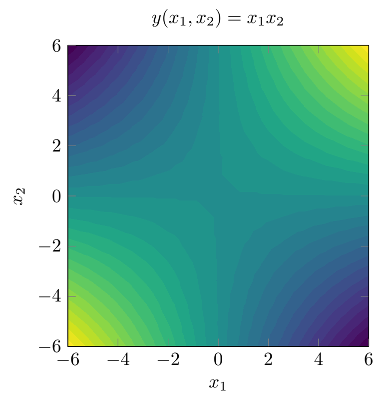
1. Határozd meg az alábbi függvények szélsőértékeit!

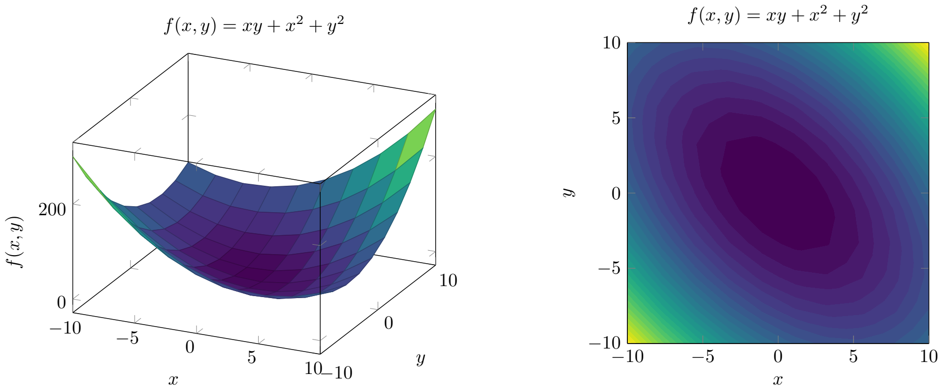
(a) $y(x_1, x_2) = x_1 x_2$

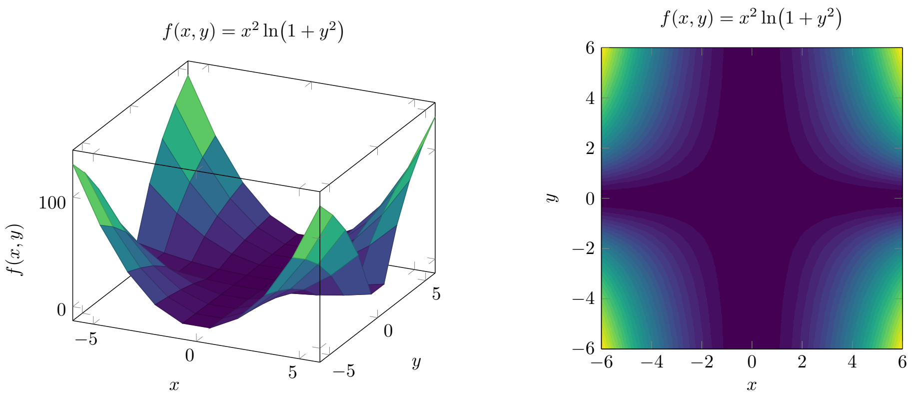
HF (b) $f(x,y) = xy + x^2 + y^2$

(c) $f(x,y) = x^2 \ln\left(1 + y^2\right)$

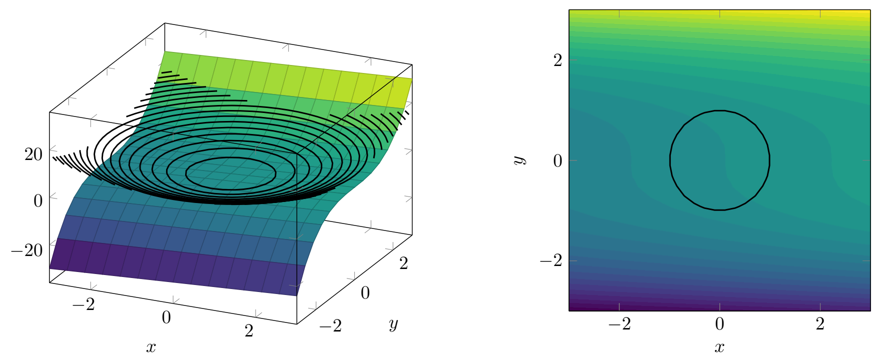








2. Határozd meg az $f(x,y) = x + y^3$ függvény szélsőértékeit az $x^2 + y^2 = 1$ feltétel mellett!



3. Milyen a, b, c értékekkel lesz $l = 4a + 4b + 4c$ minimális, ha $V = abc$ rögzített?

4. Legyen $E\psi = \langle \psi | H\psi \rangle$, ahol $\psi = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ és $H = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Minimalizáljuk E-t úgy, hogy ψ normált maradjon!

HF 5. Határozd meg az $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1x_2 + 2x_2x_3$ függvény origó középpontú, egység sugarú gömbbön fekvő szélsőértékeit (azaz a mellékfeltétel: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1$)!